

新北市 112 學年度淡水國小
資優班獨立研究

破解「迷」思—
做一個能減緩演算法破解的迷宮

指導教師：高翊植老師

研究者：王晨睿

中華民國一百一十二年四月

一、摘要

在研究當中我選擇以迷宮作為題目，研究是否有辦法做出能減緩演算法破解的迷宮，我以 30 個電腦隨機產生的迷宮去跟我做的迷宮做對比，目標是比電腦隨機產生的迷宮數據較好，則自製迷宮視為可減緩演算法破解。我在研究當中發現一些結構可以讓機率最小化、最短路徑長、沿牆路徑左、沿牆路徑右、最短路徑長最大化，我自製了 15 次的迷宮，每次我都會分析並歸納減緩策略，最後我達成了目標，也成功做出比前幾個迷宮數據還要好的迷宮。

二、研究動機

從小到現在我看過許多迷宮作品，但我都無法快速通關，我後來在網路上找到許多迷宮演算法，果然很快就可以通關，可是我想知道為何迷宮演算法可以迅速通關，於是我想藉由這次研究來探討迷宮的破解方法，到最後自己做出一個可以減緩被迷宮演算法破解的迷宮。

三、研究目的

1. 探討目前已有的迷宮的破解方法。
2. 預測針對各破解法的可能的防破解方法。
3. 自製一個減緩被迷宮演算法破解的迷宮。

四、文獻探討

1. 迷宮結構分析：

- A. 起點：迷宮開始的起點。
- B. 牆：不能通過、穿越的地方。
- C. 路：可以通過的地方。
- D. 岔路：有超過一條路的地方。
- E. 死路：除了來路之外，三面都無法走了的路。
- F. 終點：迷宮結束的地方。
- G. 路徑：從起點到終點走過的地方。
- H. 最短路徑：從起點到終點沒有走到死路、沒有陷入迴圈、重複行走的路徑。



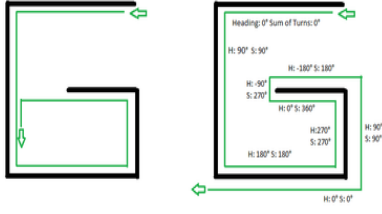
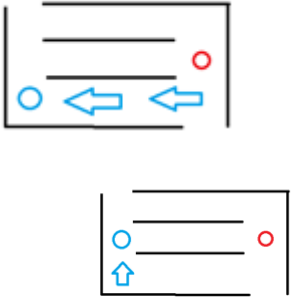
2. 名詞解釋：


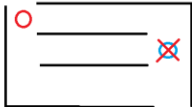
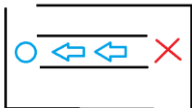
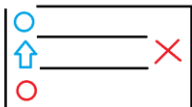
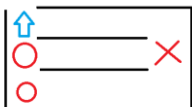
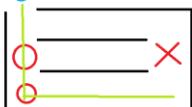
- A. 「減緩被迷宮演算法破解」的定義：要增加走到終點的距離、降低走到終點的機率、目標要比平均難度的數據好。
- B. 迷宮的平均難度：隨機電腦生成以 30 個 10*10 的迷宮，並統計的平均數據，當作是整體 10*10 的迷宮的一般難度
- C. 機率：就是隨機老鼠演算法從起點能一次走到終點的機率，

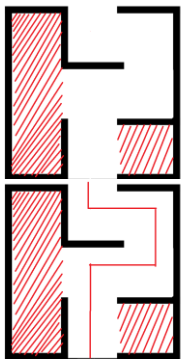
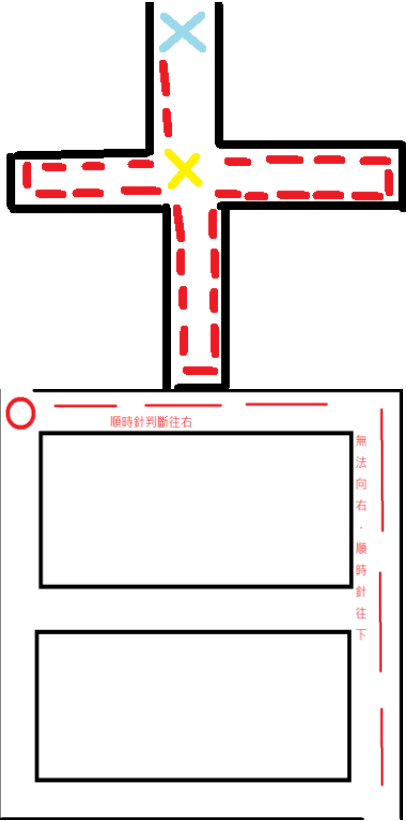
先假設每條岔路的機率是一樣的，看一次的岔路量，3條是 $\frac{1}{3}$ ，2條是 $\frac{1}{2}$ ，最後再以最短路徑通過的岔路的機率相乘。

D. 迷宮數據：機率、沿牆路徑左、沿牆路徑右、最短路徑長，以上這些數值的總稱。

3. 迷宮演算法：

項目	破解法名稱	破解法說明	圖示
1	隨機老鼠演算法	隨機老鼠演算法當遇到岔路就會隨便選一條走，遇到死路回到上一岔路，再換一條路，所以一定可以破解迷宮。	
2	沿牆法	會沿著牆其中一邊走	
3	普萊吉演算法	走迷宮那個人撞到一塊障礙物，會轉方向，同時一隻手會觸摸著舊東西一邊轉，並且記旋轉的角度，並且嘗試把總共轉了的角變為0度。當走迷宮那個人轉到面向回他原本的前進方向時，總共轉的角會是0度，就會繼續向著他原本的方向走。	
4	特雷莫演算法	每次第一次行經一條路時要做記號，這個記號要是在這條路的兩端都看得到的。進入做記號的位置上有兩個記號的路徑裡；接著有三個可能性：如果走到去一個什麼記號都沒有的岔路那裡，那麼就是選擇一條路走，並且做好記號；如果都不是的話，則任意選擇具有最少記號的剩餘路徑走，並且做好記號。 「轉身返回」每當我們找到一條可以循環的路徑時，我們就將其	

		視為死路並返回。	     
--	--	----------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

5	死路填充演算法	<p>把迷宮裡的死路全部找出來；再用記號填滿所有死路，每條死路填到第一個岔路那裡；這樣就可以很容易看到整個迷宮裡有哪些路是能走的。如果所解的迷宮是一個完美的迷宮（沒有多個解），那麼迷宮的解，也就是從入口到出口的路線</p>	
6	遞迴法	<p>「真」（true）值會用來代表解迷宮的正確路線。 為「假」（false），那就代表個迷宮根本是無解的。 如果到了終點，回傳「真」值出去。 如果撞到牆或已經來過這一點，回傳「假」值出去。 檢查一下是不是到了最左的邊界。 檢查一下是不是到了最右的邊界。 檢查一下是不是到了最底的邊界。 檢查一下是不是到了最頂的邊界。</p>	<p>是特雷莫演算法的程式版，會以順時針判斷。</p> 
7	鏟起迷宮演算法	<p>會先判斷是否有路可走，沒有的話會不動，有的話會使用沿牆法</p>	

8	最 短 路 徑 演 算 法	<p>最短路徑演算法是使用廣度優先搜尋來破解。所以當只有一個解的時候就會比較像是多個同時進行的隨機老鼠演算法。是使用<u>廣度優先搜尋</u>來找尋解迷宮的最短路徑，廣度優先搜尋使用<u>佇列</u>以距離遞增的順序走訪迷宮的單元格，每個被走訪的單元格都需要追蹤它與起點的距離、哪個相鄰的單元格更靠近起點導致它被加進佇列中。找到迷宮的終點後，沿著單元格往回找到起點則為最短路徑。</p>	
---	---------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

4. 減緩破解策略：

項目	解法名稱	減緩破解策略
1	隨機老鼠演算法	把迷宮岔路做更多，讓隨機老鼠演算法判斷的次數變多，讓一次到達終點的機率變低，達到減緩的目的。
2	沿牆法	把牆做更長，讓路徑沿牆長增長，達到減緩的目的。
3	普萊吉演算法	讓普萊吉演算法無法回到0度，讓它無法判斷，那它的破解方法就會像沿牆法一樣，所以在本研究將視為沿牆法。
4	特雷莫演算法	若做出一個只有一個解的迷宮時，它就會像隨機老鼠演算法一樣，所以在本研究中將其視為隨機老鼠演算法。

5	死路填充演算法	若死路越少，可填充的路就越少，則路徑長越長，讓死路填充演算法較晚走出迷宮。
6	遞迴法	不要讓遞迴法碰到原本的路線，那他就不會回到上一個岔路，就可以達到減緩的效果。
7	鐘起迷宮演算法	禪起迷宮演算法會判斷是否有路可走，有的話會使用沿牆法行動，而在本研究當中迷宮一定有解，所以在本研究將視為沿牆法。
8	最短路徑演算法	在本研究中止會有只有一種解且有死路的迷宮，而這樣最短路演算法就會像同時進行多個隨機老鼠演算法，在本研究中將視為隨機老鼠演算法。

五、研究設計

1. 器材：電腦、筆、紙

2. 我使自製的迷宮數據比平均難度的好，也就是「最短路徑沿牆長左」、「最短路徑沿牆長右」和「最短路徑長」的數值要更大，而「機率」數值要更低，則達成研究目標

3. 破解法數據對應表

機率	隨機老鼠演算法、特雷莫演算法、死路填充演算法、最短路徑演算法
最短沿牆路徑長左	沿牆法、普萊吉演算法、遞迴法
最短沿牆路徑長右	沿牆法、普萊吉演算法、遞迴法
最短路徑長	隨機老鼠演算法、特雷莫演算法、死路填充演算法、最短路徑演算法

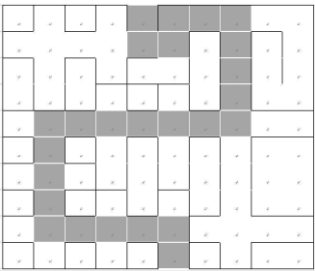
4. 平均難度

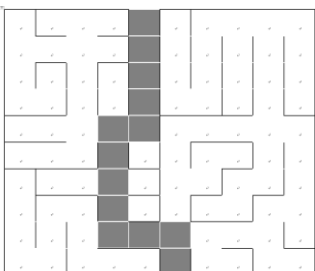
10*10 迷宮的平均難度 (小數採四捨五入制，採到小數第二位)	機率	最短沿牆路徑長左	最短沿牆路徑長右	最短路徑長
	$\frac{100}{11247}$	96.03	102	34.03

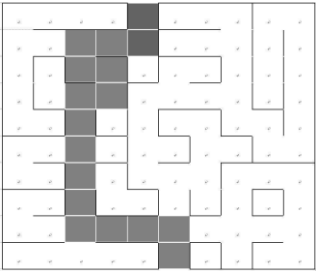
六、結果與討論

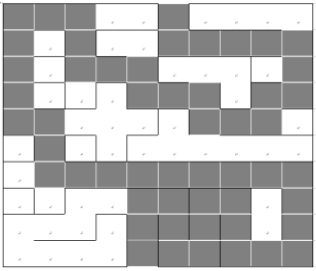
1. 自製迷宮的數據

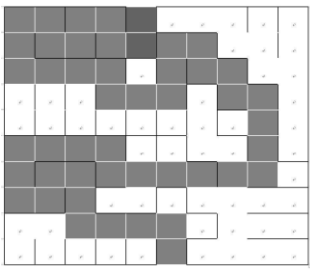
次序	機率	最短沿牆路徑長左	最短沿牆路徑長右	最短路徑長
1	$\frac{1}{48}$	69	129	23
	自製迷宮	策略檢討		
		<p>目標是做出比最後 10*10 的迷宮平均數值還高的迷宮，策略是以我推論的防預測破解法去自製迷宮的，這次有 5 個岔路，可是岔路不夠，打算多加幾個，岔路的死路分支太多導致路不夠長，所以須想可以兩者兼具的方法，策略進行效果不好，只有最短沿牆路徑長右成功，我下一次想達成將機率降低，所以要多增加一些岔路。</p>		

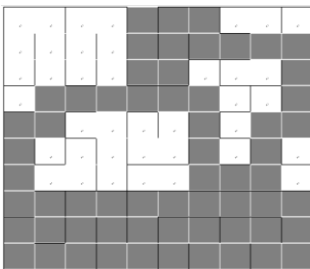
次序	機率	最短沿牆路徑長左	最短沿牆路徑長右	最短路徑長
2	$\frac{1}{69984}$	60	75	25
	自製迷宮	策略檢討		
		<p>目標是做出比最後 10*10 的迷宮機率數值還高的迷宮，策略是以我第一次做的迷宮推論的結果去自製迷宮的，發現機率與最短路徑長可以皆具，但並未找到方法，策略進行效果不好，只有機率成功，我下一次想達成將左右沿牆法距離提升，所以要多增加一些牆面。</p>		

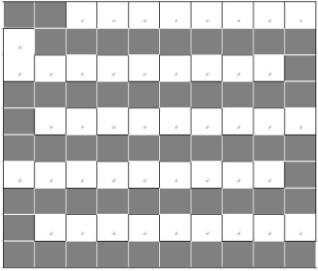
次序	機率	最短沿牆路徑長左	最短沿牆路徑長右	最短路徑長
3	$\frac{1}{216}$	85	80	13
	自製迷宮	策略檢討		
		<p>目標是做出比最後 10*10 的迷宮左右沿牆法數值還高的迷宮，策略是以我第二次做的迷宮推論去自製迷宮的，最短路徑長與機率無法同時具有，繼續做測試，策略進行效果不好，只有最短沿牆路徑長左成功，我下一次想達成將機率降低、最短路徑長提升，所以要多增加一些岔路與轉彎處。</p>		

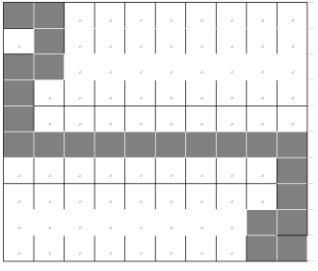
次序	機率	最短沿牆路徑長左	最短沿牆路徑長右	最短路徑長
4	$\frac{1}{864}$	68	127	17
	自製迷宮	策略檢討		
		<p>目標是做出比最後 10*10 的迷宮最短路徑長數值高，機率低的迷宮，策略是以我第三次做的迷宮推論去自製迷宮的，猜測可以把機率與最短路徑長互相交換，猜測可以把出入口位置更改，下次採邊算邊畫的方法製作，策略進行效果不好，只有機率成功，我下一次想達成將最短路徑長提升，所以要多增加一些轉彎處。</p>		

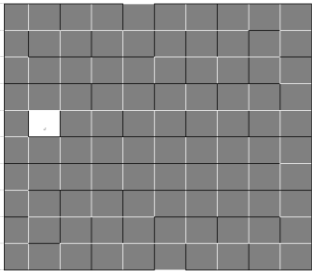
次序	機率	最短沿牆路徑長左	最短沿牆路徑長右	最短路徑長
5	$\frac{1}{6144}$	98	105	51
	自製迷宮	策略檢討		
		<p>目標是做出比最後 10*10 的迷宮最短路徑長數值還高的迷宮，策略是以我第四次做的迷宮推論去自製迷宮的，本次是第五次自製迷宮，達到原定目標，全項目都比平均高，策略進行效果很好，全部成功，我下一次想機率降低，路徑更長，所以要岔路更多、路徑更彎。</p>		

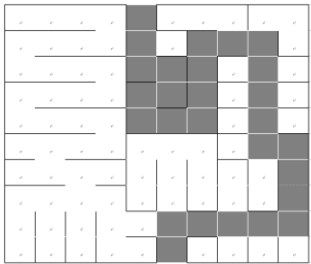
次序	機率	最短沿牆路徑長左	最短沿牆路徑長右	最短路徑長
6	$\frac{1}{248832}$	93	104	53
	自製迷宮	策略檢討		
		<p>目標是做出比第五次的自製迷宮最短路徑長數值高，機率低的迷宮，策略是以我第五次做的迷宮推論去自製迷宮的，策略進行效果很不好，只有路徑長更長，因第六次的自製迷宮有路徑上的疏忽，所以第7次畫圖策略不變，我下一次想機率降低，路徑更長，所以要岔路更多、路徑更彎。</p>		

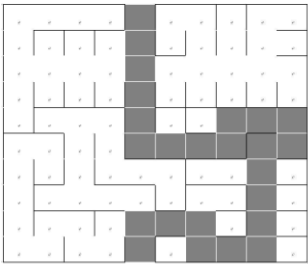
次序	機率	最短沿牆路徑長左	最短沿牆路徑長右	最短路徑長
7	$\frac{1}{15552}$	99	106	61
	自製迷宮	策略檢討		
		<p>目標是做出比第五次的自製迷宮最短路徑長數值高，機率低的迷宮，策略是以我第六次做的迷宮推論去自製迷宮的，第七次的畫圖成功，我用分開作的方式，一段鋪路，一段做機率，我猜測這就是我畫成功的原因，為了讓機率與最短路徑長最大化，我決定把出入口放在左上角與右下角，達成路徑與機率最大化的目的，策略進行效果很不好，只有路徑長更長，我下一次想機率降低，路徑更長，所以要岔路更多、路徑更彎。</p>		

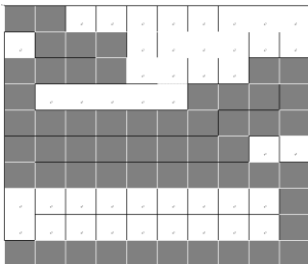
次序	機率	最短沿牆路徑長左	最短沿牆路徑長右	最短路徑長
8	$\frac{1}{176319369216}$	93	108	56
	自製迷宮	策略檢討		
		<p>目標是做出比第七次的自製迷宮最短路徑長數值高，機率低的迷宮，策略是以我第七次做的迷宮推論去自製迷宮的，我覺得這是正常人可以一眼就找到路徑，用演算法卻破得很慢的迷宮，策略進行效果很好，機率與路徑長兩者皆有提升，我下一次想將沿牆路徑長左右提升，所以要牆更多。</p>		

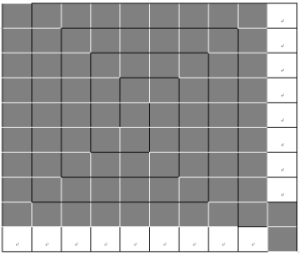
次序	機率	最短沿牆路徑長左	最短沿牆路徑長右	最短路徑長
9	$\frac{1}{314928}$	93	106	22
	自製迷宮	策略檢討		
		<p>目標是做出比第七次的自製迷宮最短沿牆路徑長數值高的迷宮，策略是以我第八次做的迷宮推論去自製迷宮的，策略進行效果很不好，只有機率有提升，我下一次想路徑更長，所以要路徑更彎。</p>		

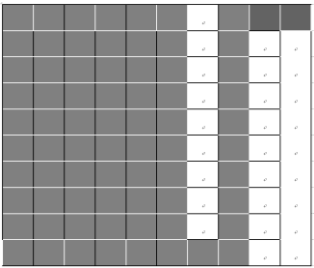
次序	機率	最短沿牆路徑長左	最短沿牆路徑長右	最短路徑長
10	$\frac{1}{2}$	100	101	99
	自製迷宮	策略檢討		
		<p>目標是做出比第七次自己畫的迷宮最短路徑長數值高的迷宮，策略是以我第九次做的迷宮推論去自製迷宮的，策略進行效果很好，沿牆路徑長左右與路徑長兩者皆有提升，我下一次想全部數值比第五次高，所以要多岔路更多、路徑更彎，牆更多。</p>		

次序	機率	最短沿牆路徑長左	最短沿牆路徑長右	最短路徑長
11	$\frac{1}{11644}$	143	51	27
	自製迷宮	策略檢討		
		<p>目標是做出比第七次自己畫的迷宮全部數值高的迷宮，策略是以我第十次做的迷宮推論去自製迷宮的，在迷宮左邊的牆數太多，導致右邊牆數及最短路徑長不夠長，所以我決定把出入口排成一直線，策略進行效果普通，沿牆路徑長左與機率有提升，我下一次想全部數值比第七次高，所以要多岔路更多、路徑更彎，牆更多。</p>		

次序	機率	最短沿牆路徑長左	最短沿牆路徑長右	最短路徑長
12	$\frac{1}{12288}$	123	79	24
	自製迷宮	策略檢討		
		<p>目標是做出比第七次自己畫的迷宮全部數值高的迷宮，策略是以我第十一次做的迷宮推論去自製迷宮的，在迷宮左邊的牆數太多，導致右邊牆數及最短路徑長不夠長，所以我決定把出入口放在左上與左下角，策略進行效果普通，機率與最短路徑長左兩者皆有提升，我下一次想全部數值比第七次高，所以要多岔路更多、路徑更彎，牆更多。</p>		

次序	機率	最短沿牆路徑長左	最短沿牆路徑長右	最短路徑長
13	$\frac{1}{6921456}$	99	106	55
	自製迷宮	策略檢討		
		<p>目標是做出比第七次自己畫的迷宮全部數值高的迷宮，策略是以我第十二次做的迷宮推論去自製迷宮的，第十三次的畫圖成功，我用合併的方式，鋪路同時做機率，我猜測這就是我畫成功的原因，策略進行效果很好，全部皆有提升，我下一次想全部數值比第十三次高，所以要多岔路更多、路徑更彎，牆更多。</p>		

次序	機率	最短沿牆路徑長左	最短沿牆路徑長右	最短路徑長
14	$\frac{1}{131072}$	100	100	83
	自製迷宮	策略檢討		
		<p>目標是做出比第十三次自己畫的迷宮全部數值高的迷宮，策略是以我第十三次做的迷宮推論去自製迷宮的，策略進行效果好，機率、沿牆路徑長左與路徑長三者皆有提升，我下一次想全部數值比第十三次高，所以要多岔路更多、路徑更彎，牆更多。</p>		

次序	機率	最短沿牆路徑長左	最短沿牆路徑長右	最短路徑長
15	$\frac{1}{131072}$	88	99	73
	自製迷宮	策略檢討		
		<p>目標是做出比第十三次自己畫的迷宮全部數值高的迷宮，策略是以我第十三次做的迷宮推論去自製迷宮的，策略進行效果好，機率、沿牆路徑長左與路徑長三者皆有提升，我下一次想全部數值比第十三次高，所以要多岔路更多、路徑更彎，牆更多。</p>		

七、結論與建議：

1. 我在研究當中發現這種結構可以讓機率最大化

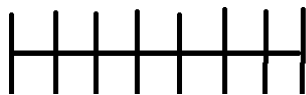
圖：



機率數值達到： $\frac{1}{176319369216}$

2. 我在研究當中發現這種結構可以讓沿牆路徑長最大化

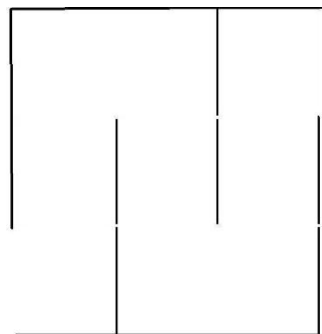
圖：



沿牆路徑長數值達到：129

3. 我在研究當中發現這種結構可以讓最短路徑長最大化

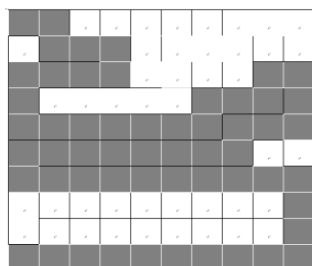
圖：



最短路徑長數值達到：99

4. 針對降低機率來達到減緩迷宮最佳效果的是第 8 次自製迷宮，針對降低沿牆路徑長來達到減緩迷宮最佳效果的是第 14 次自製迷宮，針對降低最短路徑長來達到減緩迷宮最佳效果的是第 10 次自製迷宮，研究當中綜合起來發現第 13 次自製迷宮總平均值最高，而且可以讓減緩的成效最大化

圖：



最終數值：

機率： $\frac{1}{6921456}$

沿牆路徑左：98

沿牆路徑右：106

最短路徑長：55

八、研究心得：

藉由這次的報告，讓我更加了解迷宮，更能快速使用迷宮演算法破解迷宮。當然，我的研究並不是一直都很順利，途中也有遇到許多困難和瓶頸，計算過程太麻煩，讓我想放棄，或者發表時我不知道怎麼說明.....不過，這些困難老師都帶領我克服了。

九、參考文獻：

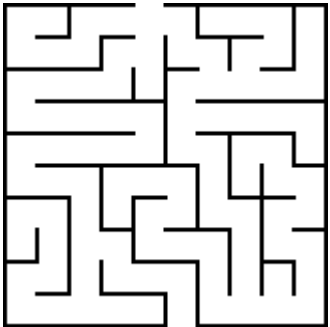
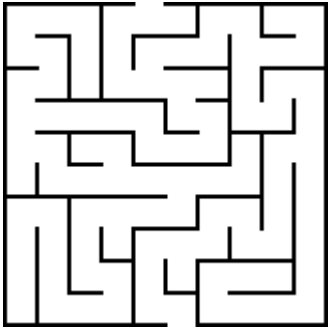
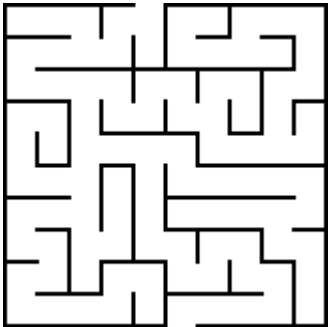
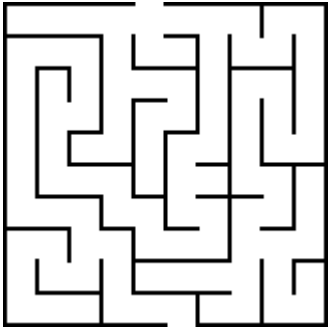
1、魯斯·道森（Ruth Dawson）和尼克·道森（Nick Dawson）諾森比亞大學(2017)。如何用數學破解迷宮？

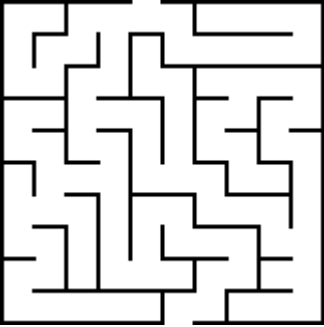
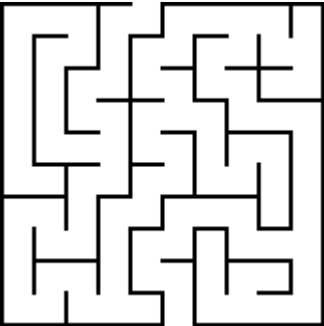
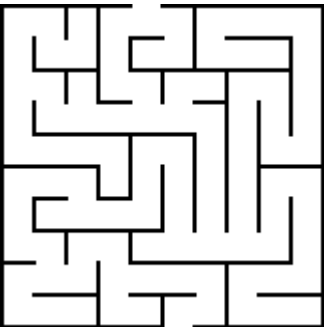
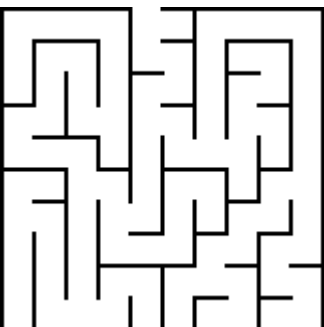
<https://www.bbc.com/ukchina/trad/vert-fut-39057376> 於 9/26 閱讀

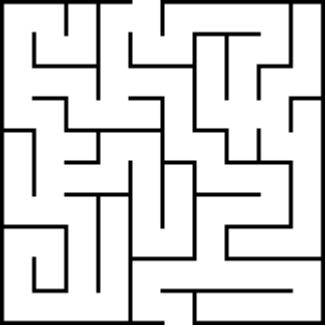
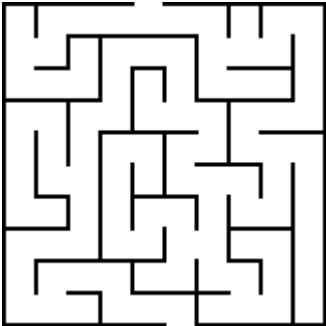
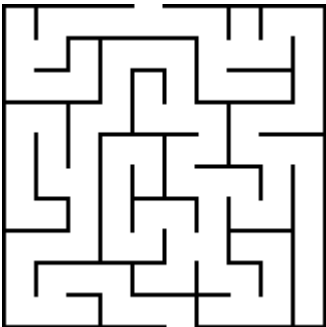
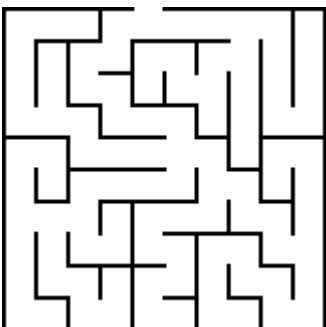
2、火苗 999°C (2023)解迷宮算法

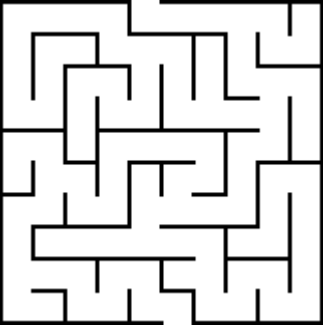
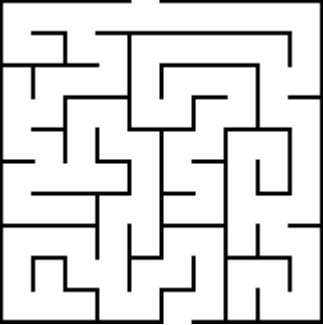
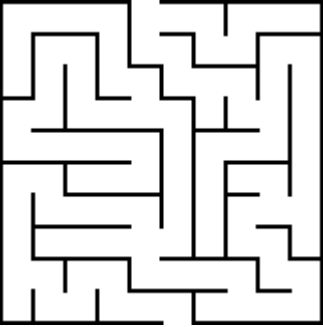
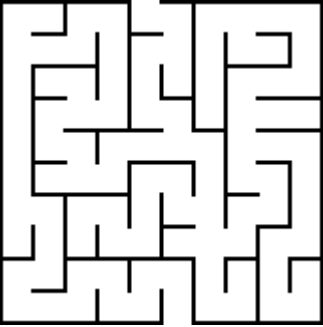
<http://www.alom.com.cn/20230209/algorithm/maze/%E8%A7%A3%E8%BF%B7%E5%AE%AB%E7%AE%97%E6%B3%95/> 於 9/26 閱讀

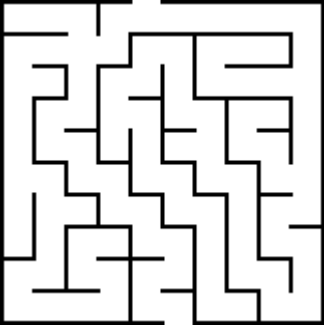
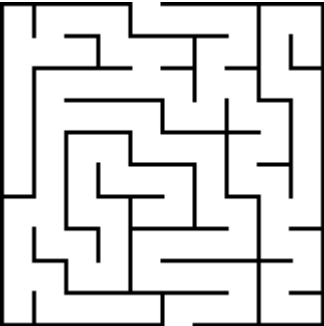
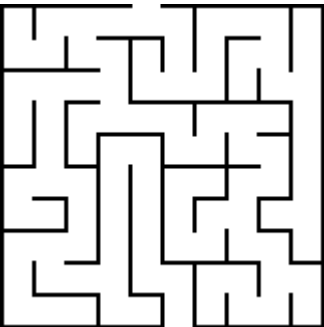
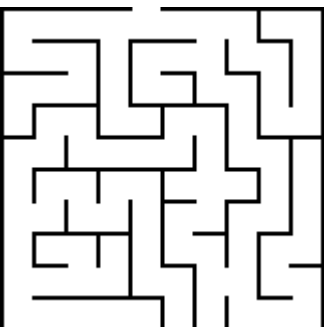
附件 1. 統計隨機產生的迷宮數據

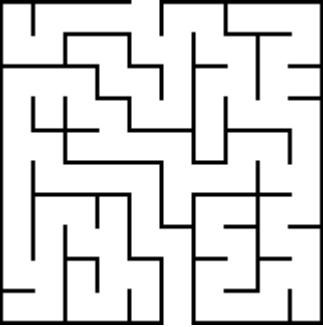
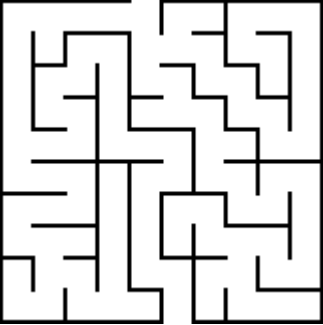
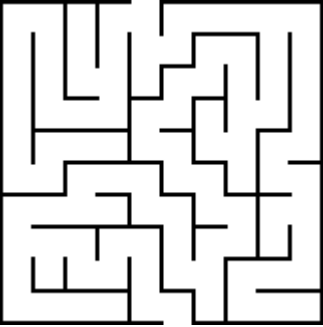
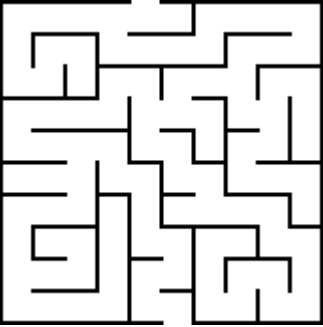
	機率	最短沿牆最 短路徑長左	最短沿牆最 短路徑長右	最短路徑長
1. 	$\frac{1}{12}$	65	136	27
2. 	$\frac{1}{16}$	134	65	31
3. 	$\frac{1}{32}$	85	115	27
4. 	$\frac{1}{12}$	88	110	39

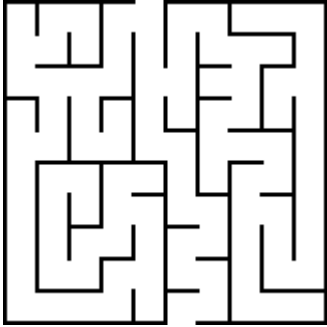
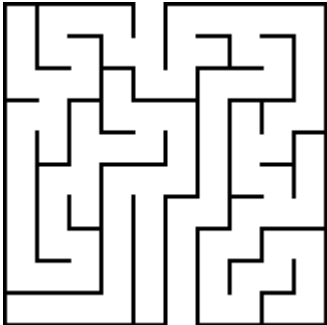
5.		$\frac{1}{8}$	84	117	23
6.		$\frac{1}{8}$	108	90	61
7.		$\frac{1}{128}$	85	115	37
8.		$\frac{1}{32}$	148	51	29

9.		$\frac{1}{8}$	111	89	21
10.		$\frac{1}{256}$	91	109	47
11.		$\frac{1}{12}$	95	106	21
12.		$\frac{1}{16}$	66	131	27

13.		$\frac{1}{64}$	101	99	37
14.		$\frac{1}{128}$	72	109	33
15.		$\frac{1}{384}$	130	70	47
16.		$\frac{1}{64}$	49	151	43

17.		$\frac{1}{6}$	71	128	19
18.		$\frac{1}{8}$	118	82	34
19.		$\frac{1}{128}$	62	137	29
20.		$\frac{1}{96}$	111	89	45

25.		$\frac{1}{512}$	110	91	39
26.		$\frac{1}{8}$	69	129	29
27.		$\frac{1}{256}$	104	94	47
28.		$\frac{1}{64}$	93	108	37

<div data-bbox="194 501 248 539">29.</div> 	$\frac{1}{4}$	104	95	15
<div data-bbox="194 902 248 940">30.</div> 	$\frac{1}{8}$	122	76	21